

**Министерство образования и науки Республики Бурятия  
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
Республики Бурятия «Политехнический техникум»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению практических работ  
по учебной дисциплине  
«Техническая механика»**

для студентов специальностей технического профиля

**Селенгинск, 2017**

Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Техническая механика» по специальностям технического профиля.- Селенгинск, 2017.- 49 с.

Составитель: Л.В.Переушина

Рассмотрено и одобрено на заседании методического совета ГАПОУ РБ «Политехнический техникум»

Методические указания для выполнению практических работ являются частью программы подготовки специалистов среднего звена по дисциплине «Техническая механика» разработаны на основе требований федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальностям технического профиля: 15.02.01. Монтаж и техническое обслуживание промышленного оборудования(по отраслям), 23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта,13.02.07 Электроснабжение (по отраслям),

Методические указания по выполнению практических работ адресованы студентам очной (заочной) формы обучения.

Методические указания включают в себя учебную цель, перечень образовательных результатов, заявленных во ФГОС СПО третьего поколения, краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме, тестовые задания для контроля знаний и умений, необходимых для выполнения работы, задания для практической работы, порядок выполнения и примеры расчёта, контрольные вопросы, приложения.

## СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка .....	4
Тема: Определение равнодействующей системы сходящихся сил .....	6
Практическая работа.....	10
Тема: Определение реакций опор для балочных систем.....	10
Практическая работа.....	17
Тема: Определение положения центра тяжести сложных геометрических фигур .....	17
Практическая работа.....	25
Тема: Построение эпюр. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии .....	25
Практическая работа.....	31
Тема: Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки .....	31
Практическая работа.....	37
Тема: Расчет балок на прочность .....	37
Список использованных источников.....	41
Приложения.....	42

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания предназначены в помощь обучающимся по специальностям технического профиля при выполнении практических работ по дисциплине «Техническая механика». Они составлены на основе программы по дисциплине «Техническая механика», разработанной в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами.

Дисциплина «Техническая механика» является общепрофессиональной дисциплиной и при ее изучении отводится значительное место решению практических задач, в том числе в рамках проведения практических работ.

Обучающиеся, выполняя практические работы, реализуют следующие цели:

- обобщать, систематизировать, закреплять полученные теоретические знания по конкретным темам дисциплины;
- формировать умения применять полученные знания на практике, реализуя единство интеллектуальной и практической деятельности;
- развивать аналитические, умения у будущих специалистов;
- демонстрировать при решении поставленных задач умения, направленные на формирование профессиональных компетенций, предусмотренных программой дисциплины «Техническая механика»;
- вырабатывать такие профессионально значимые качества, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива, необходимые при формировании общих компетенций.

Методические указания разработаны для выполнения 6 практических работ:

- Определение равнодействующей системы сходящихся сил.
- Определение реакций опор для балочных систем.
- Определение положения центра тяжести сложных геометрических фигур.
- Построение эпюр. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.
- Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки .
- Расчет балок на прочность.

Для каждой практической работы методические указания содержат цель работы, образовательные результаты, соответствующие ФГОС, краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме, тестовые задания для проверки знаний и умений, необходимых для выполнения работы, порядок выполнения работы, пример выполнения задания, многовариантные задания, контрольные вопросы. Методические указания содержат приложение-сортамент металлического профиля и эталоны ответов к тестовым заданиям.

Использование методических указаний позволяет обучающимся при минимальных затратах учебного времени самостоятельно выполнять практические работы, даёт возможность преподавателю и обучающимся контролировать и оценивать знания и умения по данной теме.

Приступая к выполнению практической работы, внимательно прочитать цель работы, ознакомиться с требованиями к уровню подготовки в соответствии с федеральными государственными стандартами СПО, краткими теоретическими и справочно-информационными материалами по теме практической работы, выполнить задания для самоконтроля степени усвоения знаний и овладения умениями, необходимыми для выполнения практической работы.

Номер варианта задания соответствует порядковому номеру в журнале учебных занятий. Все задания к практической работе должны выполнить по приведенному алгоритму, опираясь на образец. Отчет о выполнении практического занятия оформляется на формате А4 и сдается преподавателю для проверки по окончании занятия.

В отчете указывается:

- дата выполнения задания;
- номер практического занятия;
- тема;
- цель;

- решение задания (приводятся необходимые формулы, указываются единицы измерения величин, оформляется вывод-результат по задаче);
- использованная литература (страницы).

**Критерии оценок:**

Оценка	Критерии оценок
5	1.Работа оформлена аккуратно, с соблюдением требований. 2.Задание выполнено в полном объеме, сделаны выводы по результатам расчетов. 3.Дан полный ответ на контрольные вопросы в письменном виде.
4	1.Работа оформлена с соблюдением требований. 2.Задание выполнено в полном объеме. 3.Ответы на контрольные вопросы не полные.
3	1.Работа оформлена с соблюдением требований. 2.Задание выполнено с ошибками. 3.Ответы на контрольные вопросы не полные.
2	1.Работа выполнена не в полном объеме. 2.Нет выводов по результатам расчетов. 3.Нет ответов на контрольные вопросы.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения допуска к экзамену по дисциплине.

## Практическая работа

**Тема:** Определение равнодействующей системы сходящихся сил

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения определять равнодействующую системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Студент должен знать основные понятия и законы механики твердого тела.

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Системой сходящихся сил называется система, в которой линии действия сил пересекаются в одной точке, называемой центром системы.

Система сходящихся сил имеет равнодействующую, равную геометрической сумме этих сил и приложенную в точке их пересечения.

Равнодействующая системы сходящихся сил аналитическим способом определяется по величинам сумм проекций на ось  $X$  и  $Y$  по формуле:  $F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}$ .

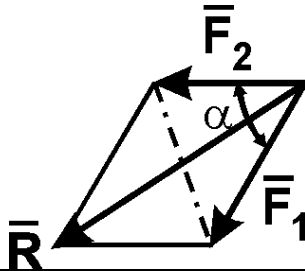
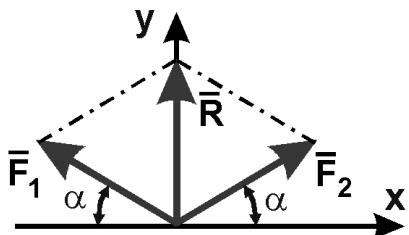
Направление равнодействующей определяется значением угла равнодействующей с осью  $Ox$  по формуле:  $\cos \alpha_x = \frac{\sum F_x}{F_p}$ .

Равнодействующую системы сходящихся сил можно определить геометрическим способом. Для этого необходимо построить многоугольник сил заданной системы сходящихся сил.

Многоугольник сил строится в следующей последовательности: вычерчиваются векторы сил заданной системы в определённом масштабе один за другим так, чтобы конец предыдущего вектора совпадал с началом последующего. Вектор равнодействующей замыкает полученную ломаную линию, он соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

Измеряя полученный при построении равнодействующий вектор сил, учитывая выбранный масштаб, определяется его величина.

**Проверка знаний и умений** (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Чему равен модуль равнодействующей сил <math>F_1</math> и <math>F_2</math>, если <math>F_1 = F_2 = 5</math> кН, <math>\alpha = 60^\circ</math>?</p> 	<p>А. 7,1 кН            В. 9,7 кН            С. 7,9 кН            Д. 8,7 кН</p>
2.	<p>Какой вид имеют уравнения равновесия сходящейся системы сил?</p>	<p>А. <math>\sum \bar{F}_{kx} = 0, \sum \bar{F}_{ky} = 0;</math>            В. <math>\sum m_O(\bar{F}_k) = 0, \sum \bar{F}_k = 0;</math>            С. <math>\sum \bar{F}_k = 0;</math>            Д. <math>\sum m_O(\bar{F}_k) = 0.</math></p>
3.	<p>Чему равна равнодействующая трёх сил, если <math>R = 10</math> Н, <math>F_1 = F_2 = 20</math> Н, угол <math>\alpha = 30^\circ</math>?</p> 	<p>А. 30 Н            С. 90 Н            В. 0 Н            Д. 60 Н</p>

**Задание:** Определить равнодействующую системы сходящихся сил геометрическим и аналитическим способами. Определить погрешность вычислений двумя способами.

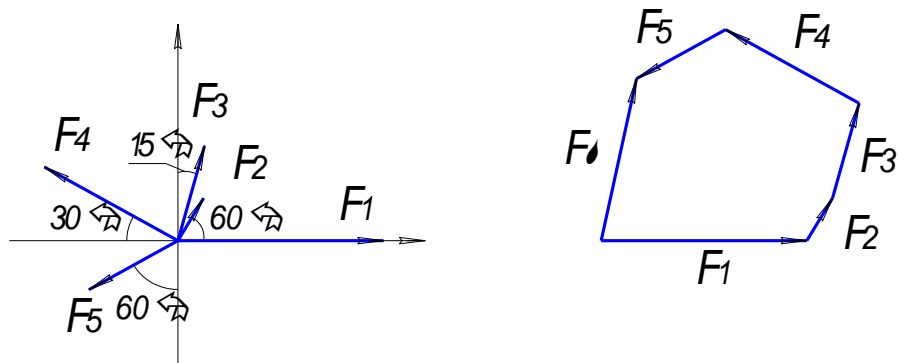
**Порядок выполнения работы:**

- 1) По данным варианта вычертить систему сходящихся сил.
- 2) Определить равнодействующую геометрическим способом.
- 3) Определить проекции всех сил системы на ось  $Ox$ .
- 4) Определить проекции всех сил системы на ось  $Oy$ .
- 5) Определить модуль равнодействующей по величинам сумм проекций на ось  $X$  и  $Y$ .
- 6) Определить значение угла равнодействующей с осью  $Ox$  аналитическим способом.
- 7) Определить погрешность вычислений по формуле.

$$\rho = \frac{F_{\Sigma \text{ан}} - F_{\Sigma \text{гр}}}{F_{\Sigma \text{ан}}} * 100\%$$

**Пример расчета:**

- $F_1 = 20$  кН
- $F_2 = 5$  кН
- $F_3 = 10$  кН
- $F_4 = 15$  кН
- $F_5 = 10$  кН
- $\alpha_1 = 0^\circ$
- $\alpha_2 = 60^\circ$
- $\alpha_3 = 75^\circ$
- $\alpha_4 = 150^\circ$
- $\alpha_5 = 210^\circ$



### 1. Определение равнодействующей геометрическим способом.

Используя свойства векторной суммы сил, вычерчиваем векторы сил в масштабе 2 мм = 1 кН последовательно друг за другом.

Равнодействующей вектор соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

С помощью линейки определяем модуль равнодействующей силы, а транспортира угол наклона к её оси.

$$F_{\Sigma гр} = 16,5 \text{ кН} \quad \alpha_{\Sigma х} = 79^\circ.$$

### 2. Определение равнодействующей аналитическим способом:

а) Определяем проекции всех сил системы на ось Oх:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 0^\circ = 20 \cdot 1 = 20 \text{ кН}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 60^\circ = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ кН}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos 75^\circ = 10 \cdot 0,26 = 2,6 \text{ кН}$$

$$F_{4x} = - F_4 \cdot \cos 30^\circ = - 15 \cdot 0,866 = - 13 \text{ кН}$$

$$F_{5x} = - F_5 \cdot \cos 30^\circ = - 10 \cdot 0,866 = - 8,66 \text{ кН}$$

Сложив алгебраические проекции, получим проекцию равнодействующей на ось Oх:

$$F_{\Sigma x} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x}; F_{\Sigma x} = 20 + 2,5 + 2,6 - 13 - 8,66 = 3,44 \text{ кН.}$$

Знак проекции соответствует направлению вправо.

б) Определяем проекции всех сил системы на ось Oу:

$$F_{1y} = F_1 \cdot \cos 90^\circ = 20 \cdot 0 = 0$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos 30^\circ = 5 \cdot 0,866 = 4,33 \text{ кН}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \cos 15^\circ = 10 \cdot 0,966 = 9,66 \text{ кН}$$

$$F_{4y} = F_4 \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ кН}$$

$$F_{5y} = - F_5 \cdot \cos 60^\circ = - 10 \cdot 0,5 = - 5 \text{ кН}$$

Сложив алгебраические проекции, получим проекцию равнодействующей на ось Oу:

$$F_{\Sigma y} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y}; F_{\Sigma y} = 0 + 4,33 + 9,66 + 7,5 - 5 = 16,49 \text{ кН.}$$

Знак проекции соответствует направлению вверх.

в) Определяем модуль равнодействующей по величине проекции:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}; F_{\Sigma} = \sqrt{3,44^2 + 16,49^2} = \sqrt{283,75} = 16,8 \text{ кН}$$

г) Определяем значение угла равнодействующей с осью Oх:

$$\cos \alpha_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}}; \cos \alpha_x = \frac{3,44}{16,8} = 0,2048; \alpha'_x = 78^\circ 11'$$

### 3. Определение погрешности вычислений.

$$\rho = \frac{F_{\Sigma ан} - F_{\Sigma гр}}{F_{\Sigma ан}} * 100\%$$
$$\rho = \frac{16,8 - 16,5}{16,8} * 100\% \approx 2\% < 5\%.$$

Вывод: равнодействующая определена правильно.



### Данные для выполнения практической работы

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$F_1$ , кН	8	16	18	20	6	4	5	12	12	8	20	4	15	9	11	12	18	8	15	13	16	9	11	18	20	8	10	15	17	5
$F_2$ , кН	18	17	10	8	10	12	20	5	17	18	10	15	17	19	7	16	12	8	19	5	16	8	10	6	17	15	17	18	12	20
$F_3$ , кН	19	15	16	17	10	10	12	8	20	4	9	12	18	13	6	10	10	4	10	14	6	9	6	16	17	19	20	4	9	12
$F_4$ , кН	16	12	4	15	11	12	8	19	10	14	6	16	5	20	19	11	18	6	4	19	7	12	19	4	15	7	17	19	18	11
$F_5$ , кН	11	10	15	4	6	9	16	16	19	18	20	8	6	7	17	20	8	4	15	16	10	16	5	10	12	20	12	8	20	6
$\alpha_1$ , град	60	0	60	30	45	100	30	30	30	360	45	45	90	45	60	45	90	45	0	0	60	0	45	60	0	30	30	0	30	30
$\alpha_2$ , град	45	60	30	60	60	120	250	75	45	230	150	270	150	60	0	0	170	60	70	45	170	60	0	30	30	45	120	30	60	45
$\alpha_3$ , град	0	120	170	90	210	45	120	150	170	170	330	150	270	90	180	150	250	150	90	60	230	210	60	120	120	70	170	120	120	150
$\alpha_4$ , град	170	150	230	210	170	270	180	170	230	270	180	70	300	230	250	210	70	270	210	210	330	270	210	250	270	210	270	170	180	270
$\alpha_5$ , град	210	180	210	300	120	300	60	360	330	60	170	330	360	210	330	270	360	360	270	300	30	330	270	300	330	270	150	300	270	330

#### Контрольные вопросы:

1. Какая система сил является системой сходящихся сил?
2. Сформулируйте условие равновесия системы сходящихся сил в аналитической и геометрической формах.
3. Сформулируйте правила построения силового многоугольника.
4. Приведите формулу для определения равнодействующей системы сходящихся сил.
5. В каком случае проекция силы равна 0?
6. В каком случае проекция силы положительна?

## Практическая работа

**Тема:** Определение реакций опор для балочных систем

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения определять реакции в опорах балочных систем

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

**ОК 3.** Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

**Студент должен знать** основные понятия и законы механики твердого тела.

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Очень часто в машинах и конструкциях встречаются тела удлиненной формы, называемые балками (или балочными системами). Балки в основном предназначены для восприятия поперечных нагрузок. Балки имеют специальные опорные устройства для сопряжения их с другими элементами и передачи на них усилий.

Неизвестные числовые значения реакций опорных устройств балки определяются через систему уравнений равновесия.

Уравнения равновесия произвольной плоской системы сил могут быть представлены в трех формах. Первая (основная форма этих уравнений):

$$\sum F_{ix} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0; \quad \sum M_O = 0.$$

При решении многих задач рациональнее пользоваться другими формами уравнений равновесия.

Так как при равновесии твердого тела сумма моментов всех приложенных к нему сил относительно любой точки равна нулю, то можно, выбрав три произвольные точки А, В, С и приравняв нулю сумму моментов относительно каждой из них, получить три следующих уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum M_C = 0.$$

Это вторая форма уравнений равновесия.

Третья форма уравнений равновесия представляет собой равенство нулю сумм моментов относительно двух произвольных точек А и В и равенство нулю суммы проекций на некоторую ось х:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum F_{ix} = 0.$$

Первая форма уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил примет вид:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad \sum M_O = 0.$$

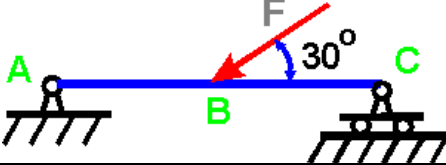
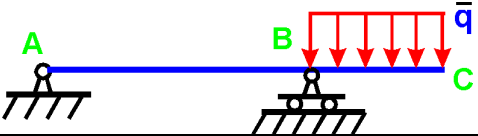
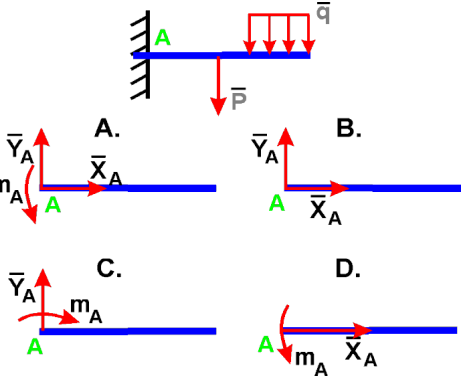
Вторая и третья формы уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил примут одинаковый вид:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0.$$

Итак, для произвольной плоской системы сил имеем три уравнения равновесия, а для плоской системы параллельных сил — только два. Соответственно при решении задач на равновесие произвольной плоской системы сил можно найти три неизвестных, а при рассмотрении равновесия плоской системы параллельных сил — не более двух.

Для контроля правильности решения используют дополнительное уравнение:  $\sum F_y = 0$  или  $\sum M_c = 0$ .

**Проверка знаний и умений** (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Определить реакцию опоры C, если <math>F = 4 \text{ Н}</math>, <math>AB = BC = 3 \text{ м}</math></p> 	<p>A. 1 Н B. 2 Н C. 3 Н D. 4 Н</p>
2.	<p>Определить реакцию опоры B, если распределенная нагрузка <math>q = 4 \text{ Н/м}</math>, расстояние <math>AB = 4 \text{ м}</math>, <math>BC = 2 \text{ м}</math></p> 	<p>A. 4 Н B. 8 Н C. 10 Н D. 16 Н</p>
3.	<p>Укажите схему с правильным направлением реакций в точке A.</p> 	<p>A. B. C. D.</p>

**Задание 1.** Определить величины реакций в заделке. Провести проверку правильности решения.

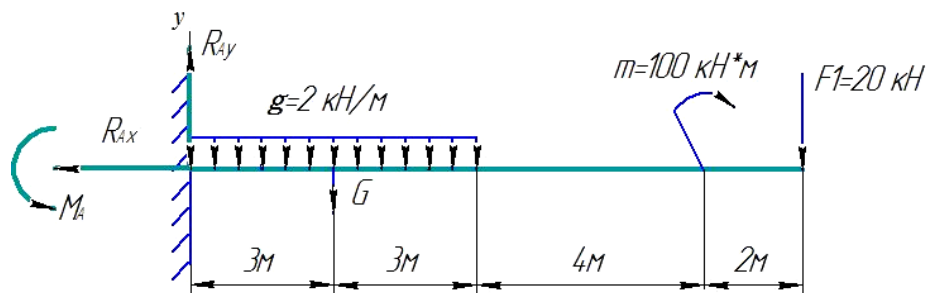
**Задание 2.** Определить величины реакций в шарнирных опорах балки. Провести проверку правильности решения.

**Порядок выполнения работы:**

1. Заменить распределенную нагрузку ее равнодействующей и указать точку ее приложения.
2. Освободить балку от связей, заменив их реакциями.
3. Выбрать систему уравнений равновесия.
4. Решить уравнения равновесия.
5. Выполнить проверку решения.

**Примеры расчета:**

**Задание 1.** Определить величины реакций в заделке. Провести проверку правильности решения.



**Решение:**

1. Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной  
 $G = q \cdot \ell;$        $G = 2 \cdot 6 = 12 \text{ кН}$
2. Освобождаем балку АВ от связей, отбрасываем заделку в точке А и заменяем действие заделки возможными реакциями, возникающими в опоре – реактивным моментом  $M_A$  и составляющими реакциями  $R_{Ax}$  и  $R_{Ay}$ . Получили плоскую систему параллельно расположенных сил, значит  $R_{Ax} = 0$ .
3. Выбираем систему уравнений равновесия:

$$\sum_0^n F_{ky} = 0 \quad \sum_0^n m_{kA} = 0$$

4. Решение начинаем с крайней левой точки.

$$\sum_0^n F_{ky} = R_{Ay} - G - F = 0$$

$$R_{Ay} = 12 + 20 = 12 + 20 = 32 \text{ кН}$$

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами находящимися на расстоянии относительно точки А. (Реакции, находящиеся в точке А, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{kA} = -M_A + G \cdot 3 + m + F \cdot 12 = 0.$$

$$M_A = 12 \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 12 = 376 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Знаки полученных реакций (+), следовательно, направления реакций выбраны, верно.

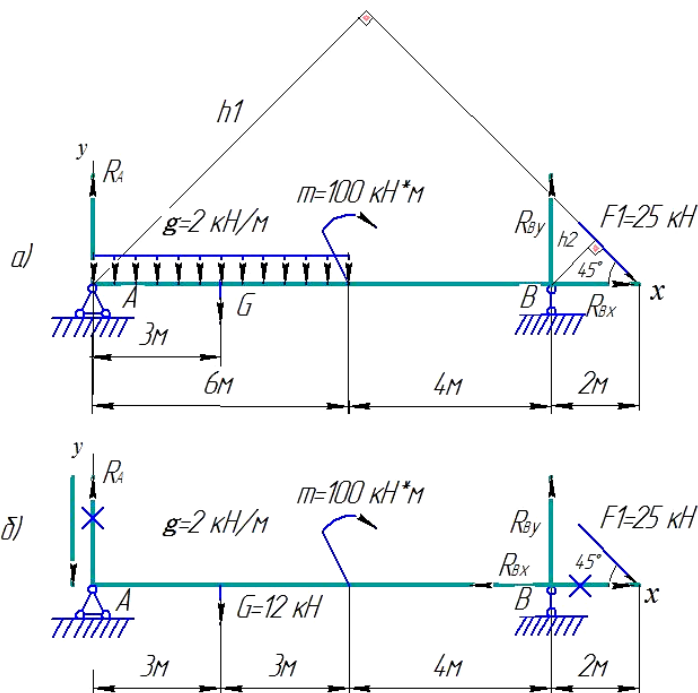
5. Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов относительно точки В.

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на определенном расстоянии от точки В.

$$\sum_0^n m_{kB} = -M_A + R_{Ay} \cdot 12 - G \cdot 9 + m = -376 + 32 \cdot 12 - 108 + 100 = -484 + 484 = 0$$

Решение выполнено, верно.

**Задание 2.** Определить величины реакций в шарнирных опорах балки. Провести проверку правильности решения.



**Решение:**

1. Обозначаем опоры точками. Левая опора (точка А) – подвижный шарнир, правая опора (точка В) – неподвижный шарнир.
2. Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной  
 $G = q \cdot \ell;$        $G = 2 \cdot 6 = 12 \text{ кН}$
3. Освобождаем балку от связей в точках А и В и заменяем их возможными реакциями, возникающими в опорах. В шарнирно-подвижной опоре А может возникнуть реакция  $R_{Ay}$ , перпендикулярная к опорной поверхности, в шарнирно-неподвижной опоре В – две составляющие реакции: вертикальная  $R_{By}$  и горизонтальная  $R_{Bx}$ . Получили плоскую систему произвольно расположенных сил.
4. Для решения выбираем уравнение равновесия в виде

$$\sum_0^n m_{kA} = 0 \quad \sum_0^n m_{kB} = 0 \quad \sum_0^n F_{kx} = 0$$

5. Решение начинаем с крайней левой точки.  
 В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на расстоянии относительно точки А. (Реакции находящиеся в точке А, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{kA} = G \cdot 3 + m - R_{By} \cdot 10 + F_1 \cdot h1 = 0,$$

где  $h1 = 12 \cdot \sin 45^\circ$ .

$$R_{By} \cdot 10 = G \cdot 3 + m + F_1 \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{By} \cdot 10 = 12 \cdot 3 + 100 + 25 \cdot 12 \cdot 0.7; \quad R_{By} = \frac{346}{10} = 34,6 \text{ кН.}$$

Реакция направлена правильно.

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на расстоянии относительно точки В. (Реакции, находящиеся в точке В, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{KB} = R_{Ay} \cdot 10 - G \cdot 7 + m + F_1 \cdot h_2 = 0,$$

где  $h_2 = 2 \cdot \sin 45^\circ$ .

$$R_{Ay} \cdot 10 = G \cdot 7 - m - F_1 \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{Ay} \cdot 10 = 12 \cdot 7 - 100 - 25 \cdot 2 \cdot 0.7; \quad R_{Ay} = -\frac{51}{10} = -5.1 \text{ кН.}$$

Реакция отрицательная, следовательно,  $R_{By}$  нужно направить в противоположную сторону.

Начиная решение с крайней левой точки, в уравнении учитываем все вектора сил, которые проецируются на ось x.

$$\sum_0^n F_{Kx} = R_{Bx} + F_1 \cdot \cos 45^\circ = 0.$$

$$R_{Bx} = -F_1 \cdot \cos 45^\circ = -25 \cdot 0.7 = -17.5 \text{ кН}$$

Реакция отрицательна, следовательно, на схеме ее направление будет противоположно выбранному.

6. Для проверки правильности решения составляем уравнение равновесия

$$\sum_0^n F_{ky} = -R_{Ay} - G + R_{By} - F_1 \cdot \sin 45^\circ = -5.1 - 12 + 34.6 - 25 \cdot 0.7 = -34.6 + 34.6 = 0$$

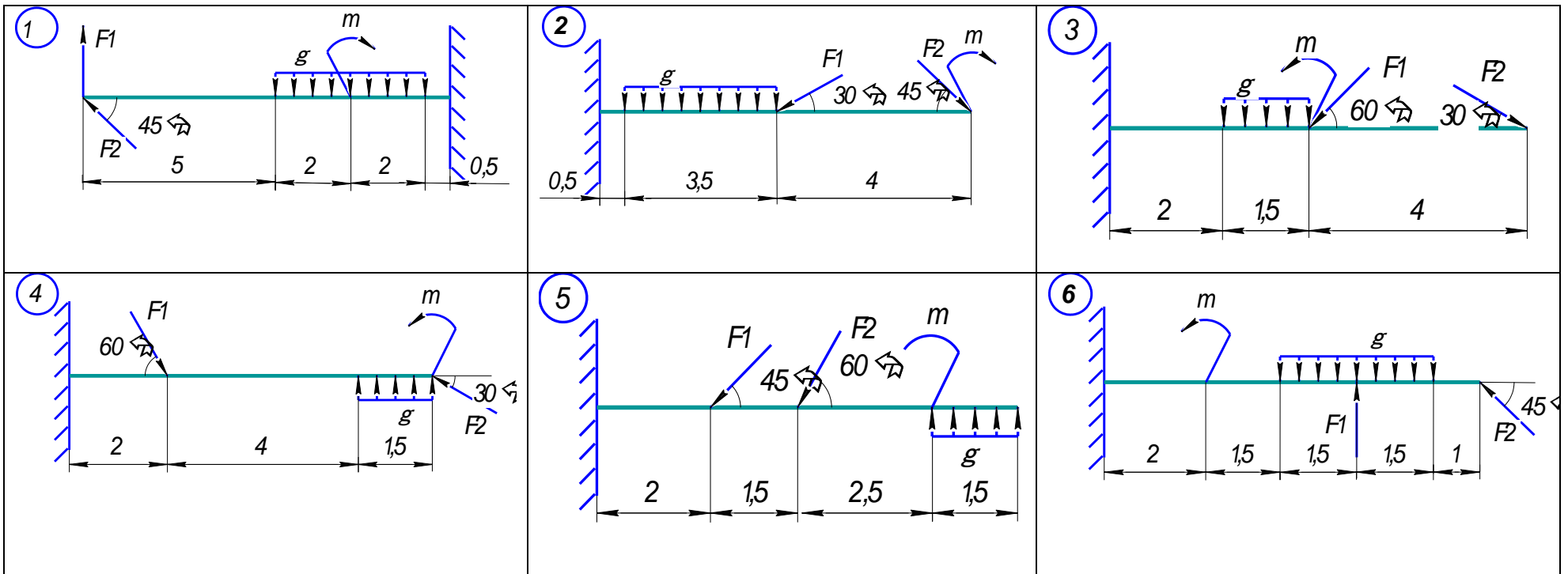
Решение выполнено верно.

# Данные для выполнения практической работы

## Задание 1.

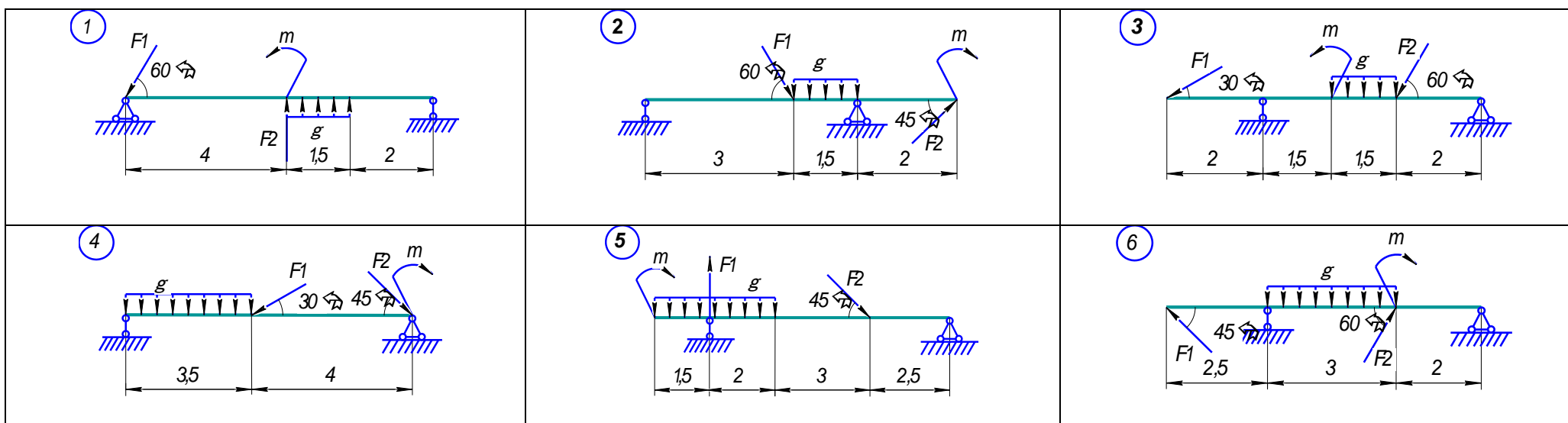
### Данные для выполнения практической работы

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
схема	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1
$F_1$ , кН	20	15	5	25	18	20	12	16	25	25	12	10	30	10	5	20	15	25	12	22	24	20	25	20	5	10	15	18	20	25
$F_2$ , кН	20	10	15	15	5	15	20	25	10	25	5	15	18	20	25	12	22	24	25	12	16	12	16	10	30	10	5	15	10	20
$q$ , кН	3	3	2	4	2	5	3	3	3	3	2	5	4	4	4	4	5	5	2	2	4	4	3	5	5	5	5	2	2	2
$m$ , кН·м	40	50	70	15	45	50	50	15	30	20	30	60	40	50	70	90	20	40	90	10	20	80	40	50	70	80	40	60	70	80



## Задание 2

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
схема	6	5	4	3	2	1	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	6	5	4	3	2	1
$F_1$ , кН	17	20	15	22	24	30	10	5	20	23	15	10	18	20	22	20	25	12	25	12	16	18	16	15	15	18	20	22	10	8
$F_2$ , кН	20	15	25	12	16	18	20	23	16	25	20	15	25	12	15	5	20	25	15	18	10	12	20	25	18	20	18	20	22	24
$g$ , кН	2	2	5	4	3	2	4	3	5	5	5	5	4	5	5	2	2	2	3	3	3	3	2	4	4	4	4	4	3	3
$m$ , кН·м	60	20	40	70	80	30	55	90	40	70	80	15	40	50	70	35	60	70	20	30	60	20	80	90	10	20	90	30	50	40



### Контрольные вопросы

1. Какую из форм уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в заделке?
2. Какую форму системы уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в опорах двухопорной балки и почему?
3. Сколько уравнений равновесия необходимо составить при параллельных внешних силах?
4. Как определить равнодействующую силу равномерно распределённой нагрузки?
5. Назовите формулу для определения момента силы относительно точки.
6. Сформулируйте правила знаков для определения моментов сил.
7. Как проверить правильность определения реакций опор балочных систем?
8. В каком случае момент силы равен 0?



## Практическая работа

**Тема:** Определение положения центра тяжести сложных геометрических фигур

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения определять реакции в опорах балочных систем.

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество .

**Студент должен уметь** определять координаты центра тяжести тел

**Студент должен знать** основные понятия и законы механики твердого тела

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Центр тяжести применяется при исследовании устойчивости положений равновесия тел и сплошных сред, находящихся под действием сил тяжести и в некоторых других случаях, а именно: в сопротивлении материалов и в строительной механике – при использовании правила Верещагина.

При определении координат центра тяжести используются следующие методы:

1) метод симметрии: если сечение имеет центр симметрии или ось симметрии, то центр тяжести находится в центре симметрии или на оси симметрии;

2) метод разделения: сложные сечения разделяем на несколько простых частей, положение центров тяжести которых, легко определить;

3) метод отрицательных площадей: этот способ является частным случаем способа разделения. Он используется, когда сечение имеет вырезы, срезы, полости (отверстия), которые рассматриваются как часть сечения с отрицательной площадью.

При решении задач на определение центра тяжести сложных сечений следует придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать метод, который наиболее применим к данной задаче.
2. Разбить сложное сечение на простые части, для которых центры тяжести известны.
3. Выбрать оси координат. При этом необходимо помнить, что: если тело имеет плоскость симметрии, то его центр тяжести лежит в этой плоскости; если тело имеет ось симметрии, то его центр тяжести лежит на этой оси; если тело имеет центр симметрии, то его центр тяжести совпадает с центром симметрии.
4. Определить координаты центров тяжести отдельных частей относительно выбранных осей.
5. Используя формулы определить искомые координаты центра тяжести заданного сечения.

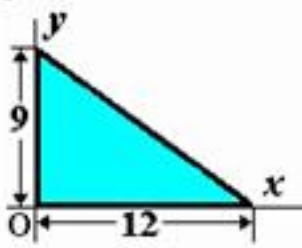
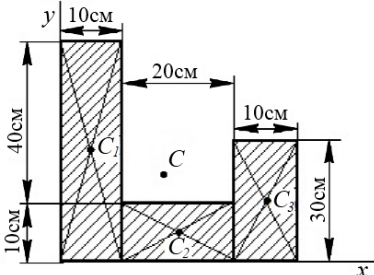
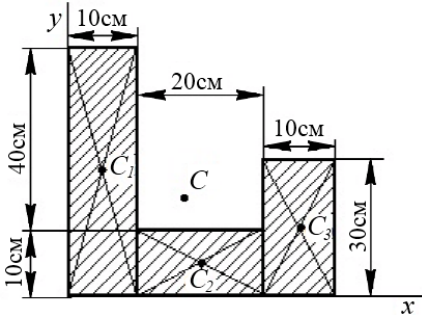
$$X_C = \frac{\sum A_k \cdot X_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots} =$$

$$Y_C = \frac{\sum A_k \cdot Y_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots} =$$

где,  $A_1, A_2 \dots A_n$  - площади простых сечений;

$x_1, x_2 \dots x_n, y_1, y_2 \dots y_n$  - координаты центра тяжести простых сечений.

**Проверка знаний и умений** (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Чему равны координаты <math>X_c</math> и <math>Y_c</math> однородной пластины в виде прямоугольного треугольника?</p> 	<p>A. 4; 6  <b>B.</b> 4; 3            C. 8; 3            D. 8; 6</p>
2.	<p>Чему равны координаты <math>C_3</math> однородной пластины ?</p> 	<p><b>A.</b> 35;15            B. 15;35            C. 5;25            D. 25;5</p>
3.	<p>Чему равны координаты <math>X_c</math>, <math>Y_c</math> однородной пластины ?</p> 	<p>A. 15;18            B. 5; 25  <b>C.</b> 17;18            D. 25;5</p>

**Задание 1.** Определить координаты заданного сечения.

**Задание 2.** Определить координаты центра тяжести составного сечения. Сечения состоят из листов с поперечными размерами  $a \times \delta$  и прокатных профилей.

**Порядок выполнения работы:**

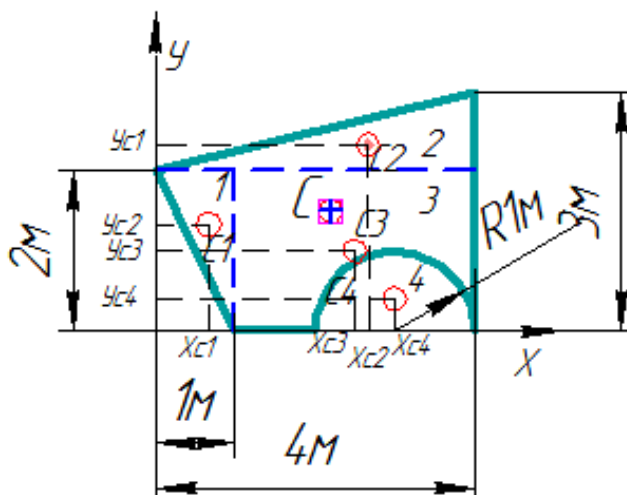
- 1) Разбить фигуру на простые геометрические фигуры, положение центров тяжести которых известны.
- 2) Выбрать систему координат.
- 3) Определить площади геометрических фигур.
- 4) Определить центр тяжести каждой фигуры относительно координат  $x, y$ .
- 5) Определить общую площадь фигуры по формуле  $A = \sum A_i$ .
- 6) Определить координаты центра тяжести всей фигуры.

### Примеры расчета:

**Задание 1.** Определить координаты центра тяжести заданного сечения.

**Решение:**

1. Разбиваем фигуру на простые отдельные части, положение центров тяжести которых известны. Представляем фигуру в виде двух треугольников 1, 2, прямоугольника 3 и выреза 4 в виде полукруга.



2. Вычисляем площадь и координаты центра тяжести каждого элемента:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ м}^2, \quad x_1 = \frac{2}{3} \cdot 1 = 0,667 \text{ м}, \quad y_1 = \frac{2}{3} \cdot 2 = 1,333 \text{ м};$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2 \text{ м}^2, \quad x_2 = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2,667 \text{ м}, \quad y_2 = 2 + \frac{1}{3} \cdot 1 = 2,333 \text{ м};$$

$$A_3 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ м}^2, \quad x_3 = 1 + \frac{1}{2} \cdot 3 = 2,5 \text{ м}, \quad y_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \text{ м};$$

$$A_4 = -\frac{3,142 \cdot 1^2}{2} = -1,571 \text{ м}^2, \quad x_4 = 3 \text{ м}, \quad y_4 = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot \pi} = 0,424 \text{ м}.$$

Площадь выреза берем со знаком минус.

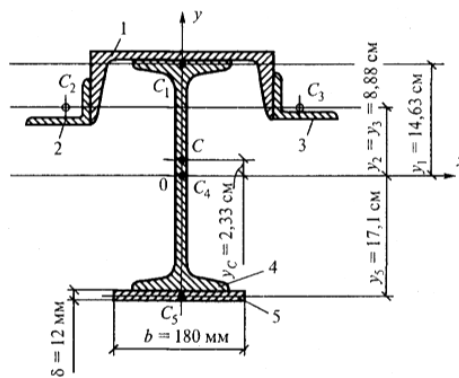
3. Площадь фигуры  $A = \Sigma A_i = 1 + 2 + 6 - 1,571 = 7,429 \text{ м}^2$ .

4. Находим координаты центра тяжести всей фигуры:

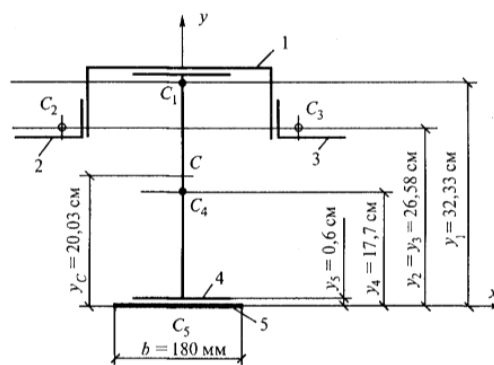
$$x_c = \frac{\Sigma A_i x_i}{A} = \frac{0,667 \cdot 1 + 2,667 \cdot 2 + 2,5 \cdot 6 - 3 \cdot 1,571}{7,429} = 2,192 \text{ м};$$

$$y_c = \frac{\Sigma A_i y_i}{A} = \frac{1,333 \cdot 1 + 2,333 \cdot 2 + 1 \cdot 6 - 0,424 \cdot 1,571}{7,429} = 1,526 \text{ м}.$$

**Задание 2.** Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из профилей проката, как показано на рис. 14, а. Сечение состоит из двугавровой балки № 33, швеллера № 27, двух уголков 90×56×6 мм и листа сечением 12×180 мм.



a



б

### Решение:

1. Разобьем сечение в соответствии с профилями проката и обозначим их 1, 2, 3, 4, 5.
2. Укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их  $C_1, C_2, C_3, C_4$  и  $C_5$ .
3. Выберем систему осей координат. Ось  $y$  совместим с осью симметрии, а ось  $x$  направим перпендикулярно оси  $y$  и проведем через центр тяжести двутавровой балки.
4. Выпишем формулы для определения координат центра тяжести сечения:  
 $x_c=0$ , так как ось  $y$  совпадает с осью симметрии;

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}$$

Учитывая, что  $A_2 = A_3$ , а также, что  $y_2 = y_3$ , получим:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + 2A_2 y_2 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + 2A_2 + A_4 + A_5}$$

5. Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката, используя сечение.

$$A_1 = 35,2 \text{ см}^2; A_2 = A_3 = 8,54 \text{ см}^2; A_4 = 53,8 \text{ см}^2;$$

$$A_5 = 1,2 \cdot 18 = 21,6 \text{ см}^2;$$

$$y_1 = h_{\text{дв}} / 2 + d_{\text{шв}} - z_{0(\text{шв})} = 33/2 + 0,6 - 2,47 = 14,63 \text{ см};$$

$$y_2 = y_3 = h_{\text{дв}} / 2 + d_{\text{шв}} - b_{\text{шв}} + x_{0(\text{yт})} = 33/2 + 0,6 - 9,5 + 1,28 = 8,88 \text{ см};$$

$$y_4 = 0, \text{ так как ось } x \text{ проходит через центр тяжести двутавра};$$

$$y_5 = - (h_{\text{дв}} / 2 + \delta_{\text{листа}} / 2) = - (33/2 + 1,2/2) = - 17,1 \text{ см}.$$

Подставим полученные значения в формулу для определения  $y_c$ :

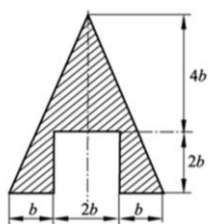
$$y_c = \frac{35,2 \cdot 14,63 + 2 \cdot 8,54 \cdot 8,88 + 53,8 \cdot 0 + 21,6 \cdot (-17,1)}{35,2 + 2 \cdot 8,54 + 53,8 + 21,6} = \frac{297,3}{127,7} = 2,33 \text{ см}$$

Укажем положение центра тяжести сечения  $C$  на схеме.

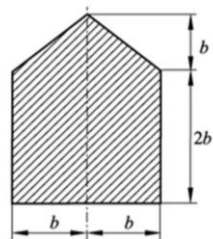
## Данные для выполнения практической работы

### Задание 1

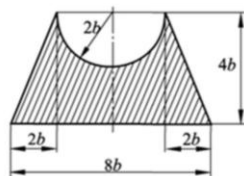
Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Схема 1 уровня сложности	1	2	3	4	2	4	1	3	4	3	2	1	4	2	3	1	3	2	1	4	2	4	3	1	2	3	4	1	3	2
Схема 2 уровня сложности	5	6	7	8	7	5	8	6	6	5	8	7	7	5	8	6	5	7	5	8	6	7	5	7	8	6	5	8	7	5
Схема 3 уровня сложности	9	10	11	12	9	11	10	12	10	9	12	11	9	11	10	12	11	10	12	10	9	11	12	10	11	9	12	9	10	12
b, мм	25	12	16	18	40	23	15	10	20	25	34	28	15	22	32	38	20	22	27	25	10	8	17	26	15	22	24	30	10	17



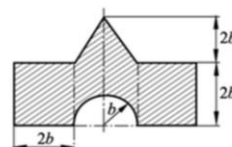
1



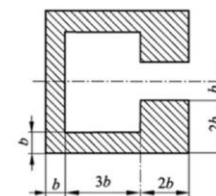
2



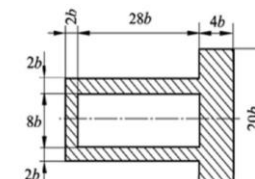
5



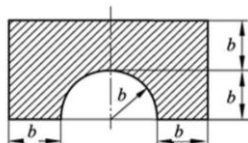
6



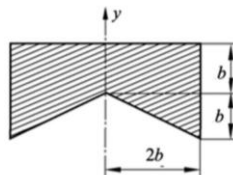
9



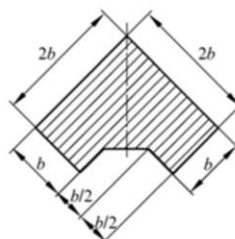
10



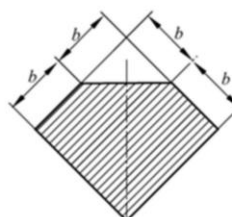
3



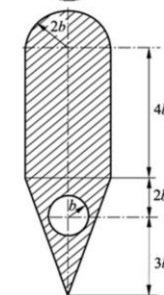
4



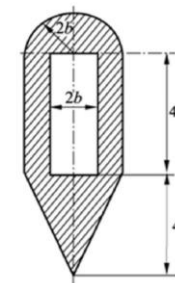
7



8

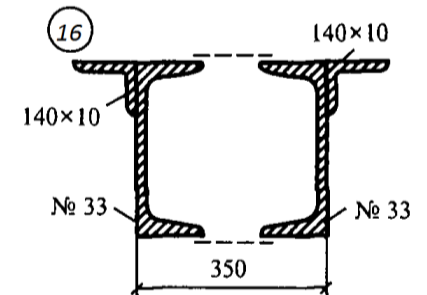
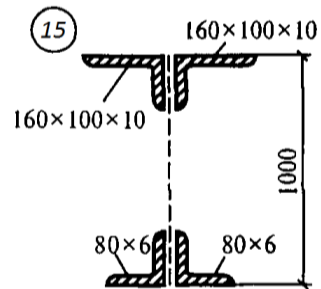
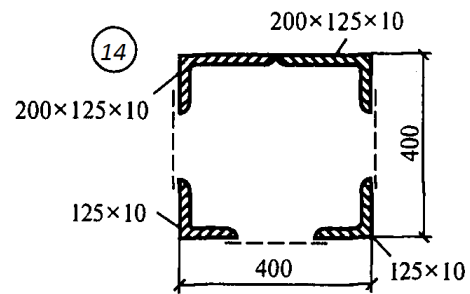
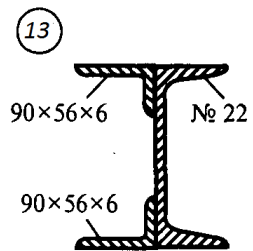
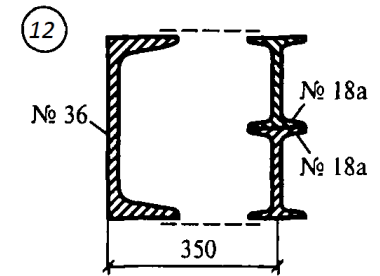
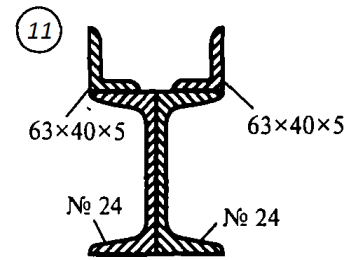
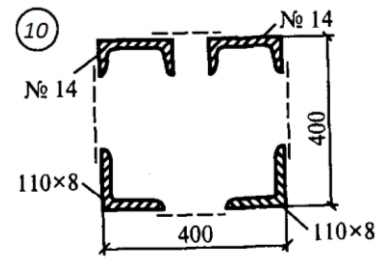
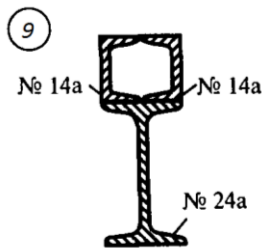
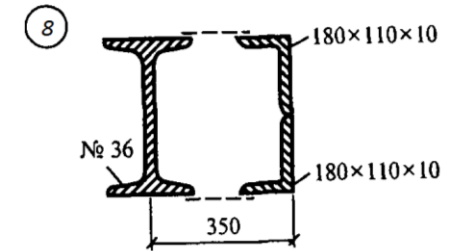
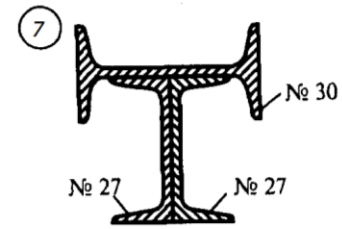
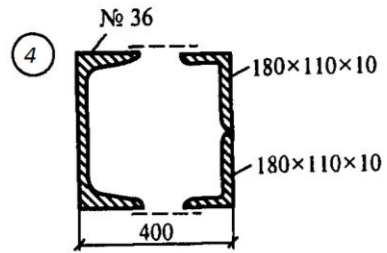
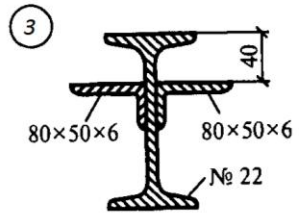
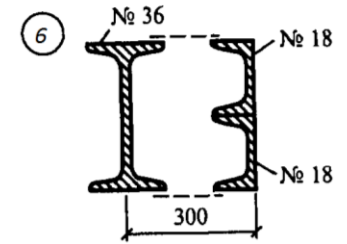
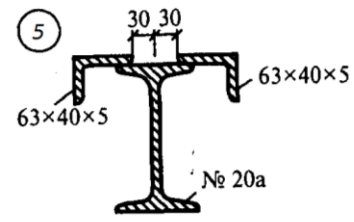
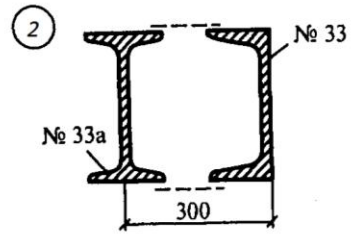
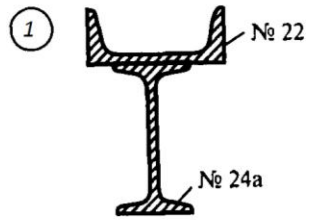


11

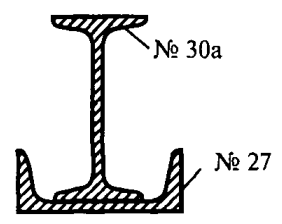


12

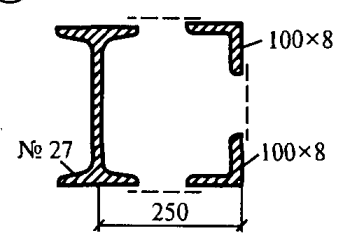
## Задание 2



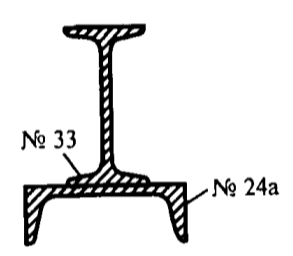
17



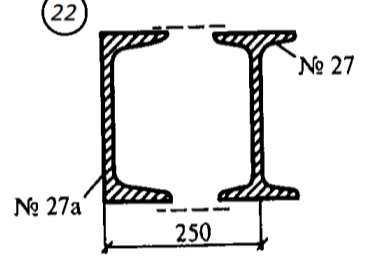
18



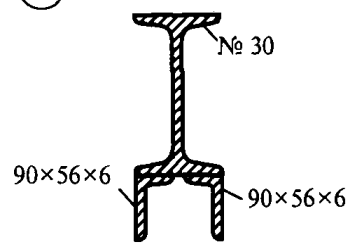
21



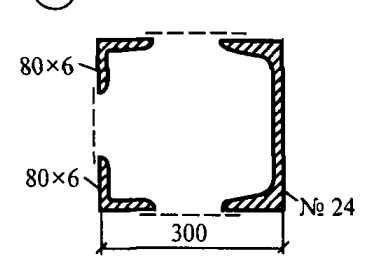
22



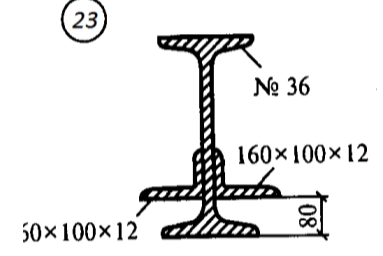
19



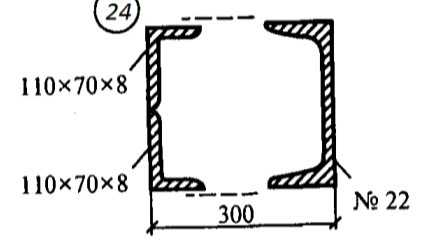
20



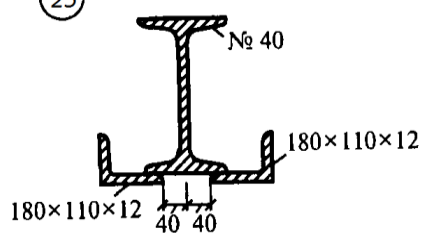
23



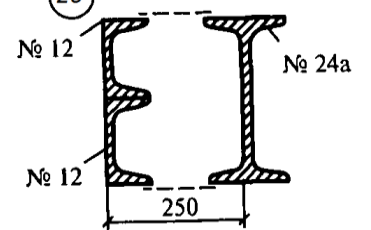
24



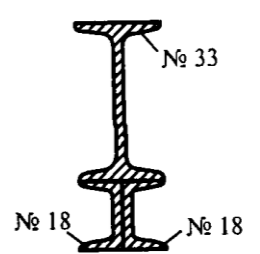
25



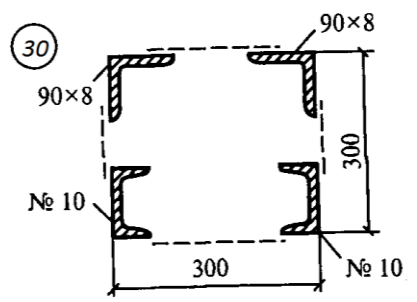
26



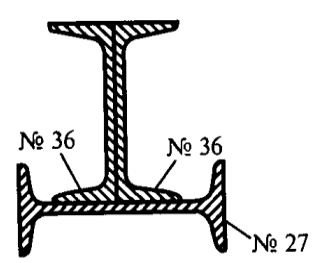
29



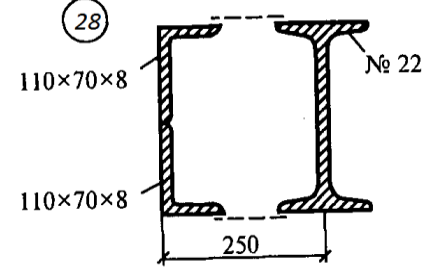
30



27



28



### **Контрольные вопросы:**

1. Запишите формулы для определения положения центра тяжести простых геометрических фигур: прямоугольника, треугольника и половины круга.
2. Сформулируйте способы определения координат центра тяжести составного сечения.
3. Приведите алгоритм определения координат центра тяжести составного сечения.
4. Назовите особенность определения координат центра тяжести для сечений, составленных из стандартных профилей?



## Практическая работа

**Тема:** Построение эпюр. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения строить эпюры и выполнять расчёты на прочность при растяжении и сжатии

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

**ОК 3.** Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

**Студент должен уметь** выполнять расчеты на прочность

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Растяжением или сжатием называют вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор — продольная сила.

Если внешняя сила направлена от сечения, то продольная сила положительна, брус растянут; если внешняя сила направлена к сечению, то продольная сила отрицательна, брус сжат.

Эпюрой продольной силы называется график распределения продольной силы вдоль оси бруса.

Ось эпюры параллельна продольной оси бруса.

Нулевая линия проводится тонкой линией. Значения сил откладывают от оси, положительные - вверх, отрицательные - вниз.

В пределах одного участка значение силы не меняется, поэтому эпюра очерчивается отрезками прямых линий, параллельными оси Oz.

На эпюре проставляются значения Nz. Величины продольных сил откладывают в заранее выбранном масштабе.

Эпюра по контуру обводится толстой линией и заштриховывается поперек оси.

При растяжении и сжатии в сечении действует только нормальное напряжение, которое определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где N – продольная сила в сечении,

A - площадь поперечного сечения.

При определении напряжений брус разбивают на участки нагружений, в пределах которых продольные силы не изменяются, и учитывают места изменений площади поперечных сечений. Рассчитывают напряжения по сечениям, и расчет оформляют в виде эпюры нормальных напряжений.

Строится и оформляется такая эпюра так же, как и эпюра продольных сил.

Расчеты на прочность ведутся по условиям прочности - неравенствам, выполнение которых гарантирует прочность детали при данных условиях.

Для обеспечения прочности расчетное напряжение не должно превышать допускаемого напряжения:

$$\sigma \leq [\sigma], \quad \text{где } \sigma = \frac{N_z}{A}$$

Расчетное напряжение  $\sigma$  зависит от нагрузки и размеров поперечного сечения, допускаемое только от материала детали и условий работы.

Существуют три вида расчета на прочность.

1. Проектировочный расчет - задана расчетная схема и нагрузки. Необходимо подобрать размеры детали:

$$A = \frac{N_3}{[\sigma]}$$

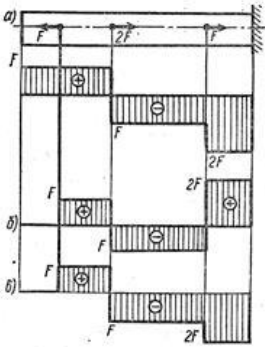
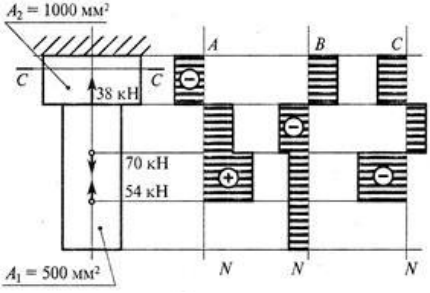
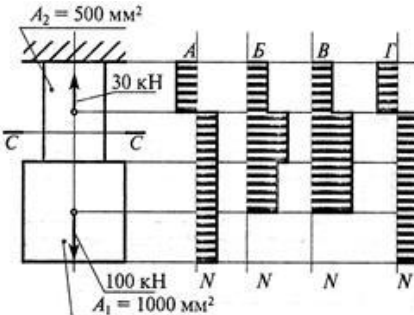
2. Проверочный расчет - известны нагрузки, материал, размеры детали; необходимо проверить, обеспечена ли прочность.

Проверяется неравенство  $\sigma \leq [\sigma]$

3. Определение нагрузочной способности (максимальной нагрузки):  $[N] = [\sigma]A$ .

**Литература:** Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: учебное пособие. - 2-е изд. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.

**Проверка знаний и умений** (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Какая из эпюр, приведенных на рисунке, соответствует эпюре продольных сил стержня?</p> 	<p>А. Б. В.</p>
2.	<p>Укажите эпюру, соответствующую эпюре нормальных напряжений для данного бруса</p> 	<p>А. Б. В.</p>
3.	<p>Обеспечена ли прочность бруса в сечении С-С, если допустимое напряжение <math>[\sigma] = 260</math> МПа?</p> 	<p>А. <math>\sigma &lt; [\sigma]</math> .          Б. <math>\sigma = [\sigma]</math> ;          В. <math>\sigma &gt; [\sigma]</math> ;</p>

### Задание.

Для стального бруса круглого поперечного сечения диаметром  $D$  требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений;
- 2) проверить прочность стержня, если  $[\sigma] = 160\text{МПа}$ . Данные своего варианта взять из таблицы.

### Порядок выполнения работы:

1. Изобразить расчётную схему.
2. Разделить брус на участки нагружения, границы которых находятся в точках приложения сил.
3. Определить продольные силы на участках бруса, используя метод сечений.
4. Провести нулевую линию параллельно оси бруса.
5. Найденные величины продольных сил отложить в масштабе в виде ординат, перпендикулярных оси бруса (положительные значения вверх от нулевой линии, отрицательные вниз). Через концы ординат провести линии параллельно оси бруса; поставить знаки и заштриховать эпюру параллельно ординатам.
6. Разделить брус на участки нагружения для построения эпюры нормальных напряжений, с учётом площади поперечного сечения бруса.
7. Найти значение нормальных напряжений для каждого участка нагружения.
8. Построить эпюру нормальных напряжений по найденным значениям.
9. Определить опасный участок.
10. Сравнить расчётное напряжение с допустимым напряжением.
11. Сделать вывод о прочности бруса.

### Пример расчета:

Для стального ступенчатого бруса нагруженного осевыми внешними силами  $F_1 = 25\text{ кН}$  и  $F_2 = 60\text{ кН}$  при площадях поперечных сечений  $A_1 = 500\text{ см}^2$ ,  $A_2 = 1000\text{ см}^2$  определить продольные силы и напряжения. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Проверьте прочность бруса, если  $[\sigma] = 160\text{МПа}$

### Решение:

1. Два участка нагружения для продольной силы:

участок 1:  $N_1 = +25\text{ кН}$ ; растянут;

участок 2:  $25 - 60 + N_2 = 0$ ;  $N_2 = -35\text{ кН}$ ; сжат.

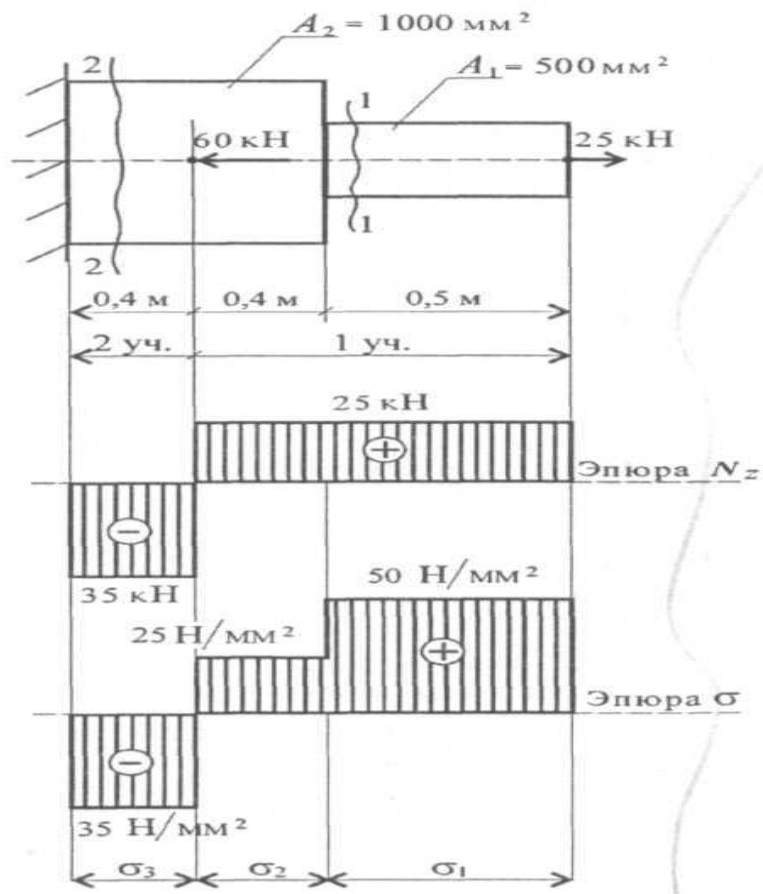
2. Три участка нагружения по напряжениям:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{25 \cdot 10^3}{500} = 50 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A_2} = \frac{25 \cdot 10^3}{1000} = 25 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

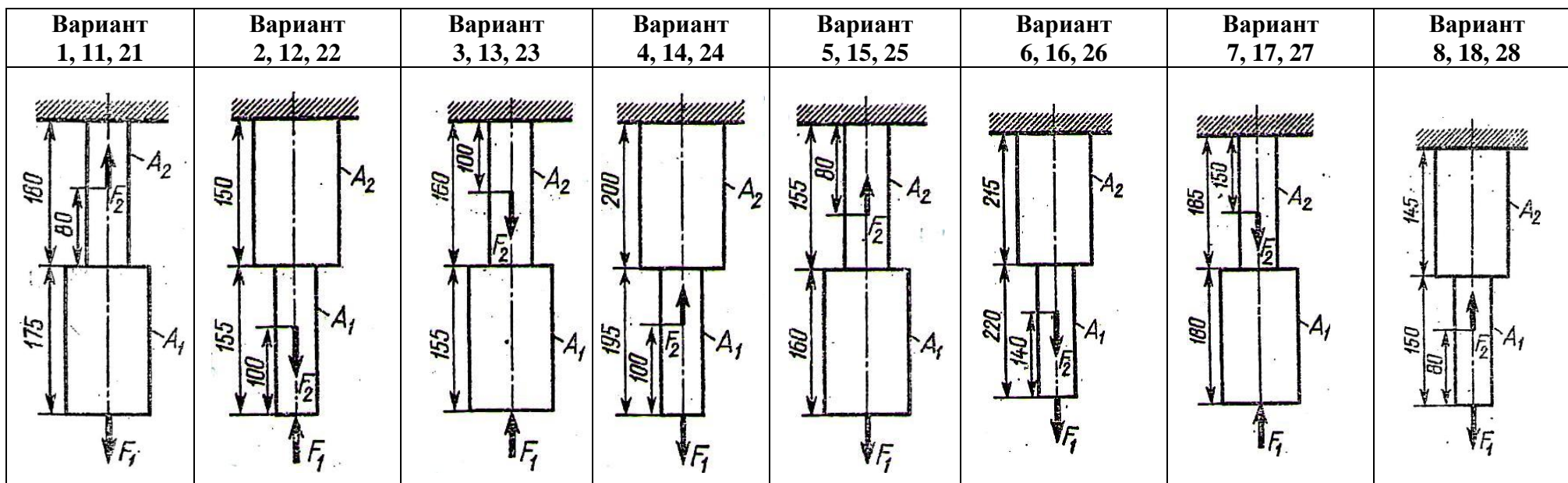
$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-35 \cdot 10^3}{1000} = -35 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

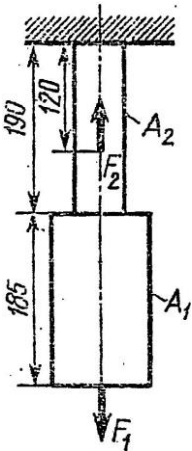
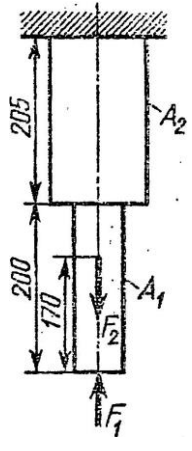
3. На опасном участке напряжение  $50 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} < [160\text{МПа}]$ , значит прочность бруса обеспечена.



Данные для выполнения практической работы

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$F_1, \text{кН}$	10	15	20	25	30	35	40	12	14	15	22	24	26	28	8	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	21	22	23	24	25
$F_2, \text{кН}$	40	12	14	15	22	24	26	45	42	10	15	20	25	30	12	14	15	22	24	26	28	8	10	14	15	16	18	19	20	21
$A_1, \text{см}^2$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	2	4	6	8	10	12	4	5	6	7	8	9	10	3	6	9	15
$A_2, \text{см}^2$	7	8	9	10	11	12	13	14	2	18	16	14	12	8	9	10	11	12	13	14	2	4	6	2	3	4	5	6	7	8



Вариант 9, 19, 29	Вариант 10, 20, 30
	

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулируйте условие прочности при растяжении и сжатии. Отличаются ли условия прочности при расчете на растяжение и расчете на сжатие.
2. Какие внутренние силовые факторы возникают в сечении бруса при растяжении и сжатии?
3. Как распределены напряжения по сечению при растяжении и сжатии?
4. Запишите формулу для расчета нормальных напряжений при растяжении и сжатии.
5. Как назначаются знаки продольной силы и нормального напряжения?
6. Что показывает эпюра продольной силы?
7. Как изменится величина напряжения, если площадь поперечного сечения возрастет в 4 раза?

## Практическая работа

**Тема:** Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения определять внутренние силовые факторы при изгибе и строить эпюры

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

**ОК 3.** Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

**Студент должен уметь** выполнять расчеты на прочность

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Изгиб возникает при нагрузке бруса силами, перпендикулярными его продольной оси, и парами сил, действующими в плоскостях, проходящих через эту ось.

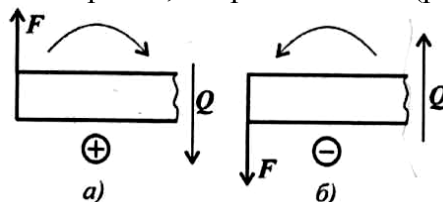
Изгибом будем называть такой вид деформирования бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и продольные силы отсутствуют, изгиб называется чистым изгибом. Очень часто в сечении бруса возникают поперечные силы, поэтому такой изгиб называют поперечным.

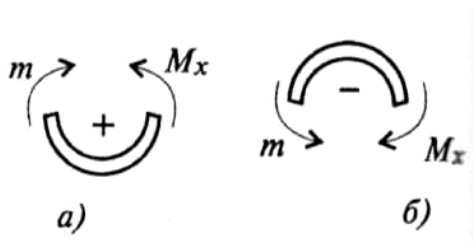
Изгибающий момент в поперечном сечении численно равен сумме моментов внешних сил, приложенных к отсеченной части балки, относительно центра ее тяжести.

Поперечная сила в сечении численно равна сумме проекций внешних сил, приложенных к отсеченной части балки, на ось, перпендикулярную ее продольной оси.

Поперечная сила в сечении считается положительной, если она стремится развернуть сечение по часовой стрелке (рис.а), если против, - отрицательной (рис.б).



Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент считается положительным (рис.а), если наоборот – отрицательным (рис.б).



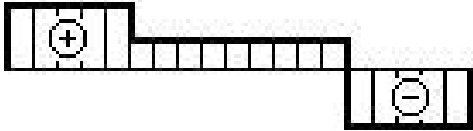
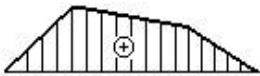
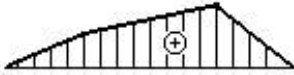
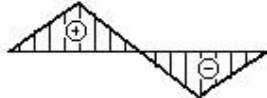
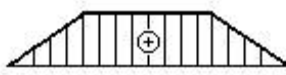

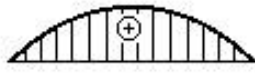
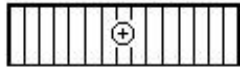

Влияние вида нагрузки на характер эпюр Q и M:

На балке	Нет распределенной нагрузки	Есть распределенная нагрузка $q = Const$	Есть сосредоточенная сила	Есть пара сил
На эюре $Q$	Прямоугольник	Наклонная прямая	Скачок на величину силы	Никак не отражается
На эюре $M$	Наклонная прямая	Парабола Выпуклость навстречу нагрузке	Перелом	Скачок на величину момента пары сил

В сечении на конце балки поперечная сила равна приложенной в этом сечении сосредоточенной силе или реакции в заделке.

На свободном конце балки или шарнирно опертом конце момент равен нулю, за исключением случаев, когда в этом сечении приложена пара сил (внешний момент).

**Проверка знаний и умений** (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Дана эюра поперечных сил, какая из эюр изгибающих моментов ей соответствует?</p> 	<p>А.</p>  <p>В.</p>  <p>С.</p>  <p>Д.</p> 
2.	<p>Какая из эюр изгибающих моментов соответствует наличию в изгибаемом элементе распределённой нагрузке?</p>	<p>А.</p>  <p>В.</p>  <p>С.</p>  <p>Д.</p> 



**Задание.** Для заданной балки построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, указать положение опасного сечения.

**Порядок выполнения работы:**

1. Изобразить расчетную схему и обозначить характерные точки.
2. Заменить действие опор на балку силами реакций.
3. Составить уравнение равновесия для плоской системы параллельных сил:  
 $\sum MA = 0; \quad \sum MB = 0.$
4. Найти из уравнений равновесия неизвестные силы реакций.
5. Определить поперечную силу в каждом из характерных точек.
6. Построить эпюру поперечных сил.
7. Определить величину изгибающего момента для каждой характерной точки.
8. Построить эпюру изгибающих моментов.
9. Выбрать опасный участок, где  $M_{и} = max.$

**Пример расчета:**

Для данной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающихся моментов.

**Решение:**

1. Определяем опорные реакции балки.

$$\sum M_A(F_i) = 0; 3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5 - V_B \cdot 6 = 0;$$

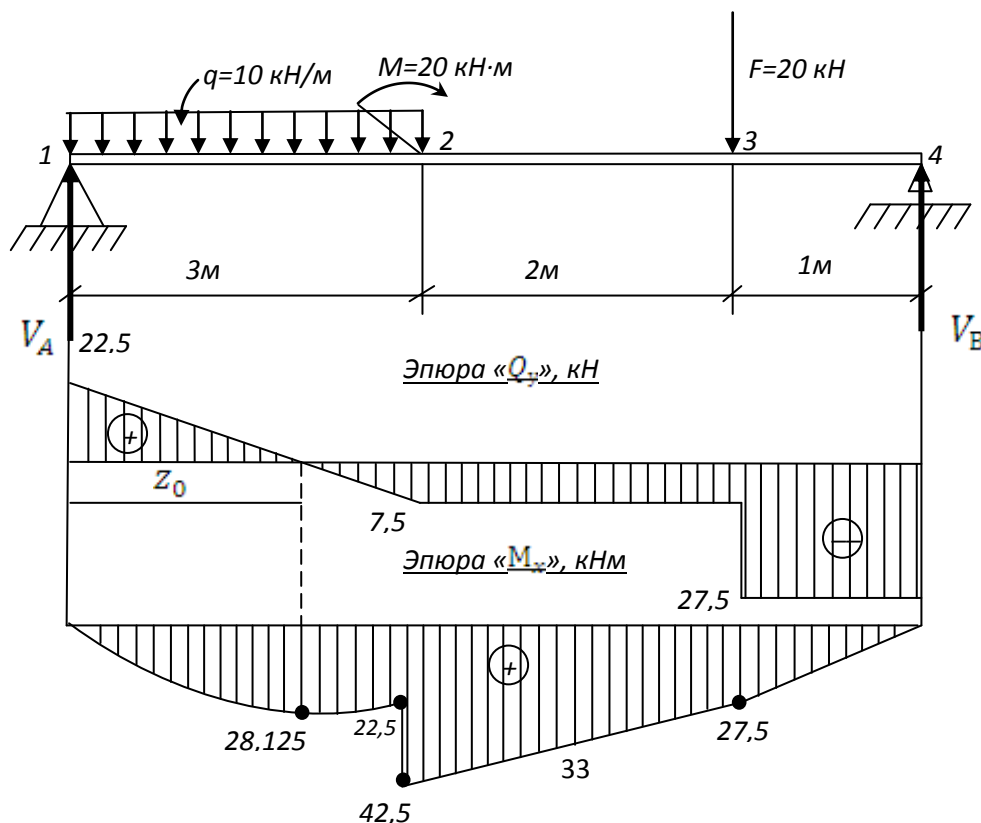
$$\sum M_B(F_i) = 0; V_A \cdot 6 + 3q \cdot 4,5 + M - F \cdot 1 = 0;$$

$$V_B = \frac{3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 1,5 + 20 + 20 \cdot 5}{6} = 27,5 \text{ кН}$$

$$V_A = \frac{3q \cdot 4,5 - M + F \cdot 1}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 4,5 - 20 + 20 \cdot 1}{6} = 22,5 \text{ кН}$$

Проверка:  $\sum Y_A = 0; V_A - F + V_B = 22,5 - 3 \cdot 10 - 20 + 27,5 = 50 - 50 = 0$

Опорные реакции найдены верно.



2. Определяем поперечные силы в характерных точках балки и строим эпюру поперечных сил.

$$Q_1^{\text{прав.}} = V_A = 22,5 \text{ кН};$$

$$Q_2 = V_A - q \cdot 3 = 22,5 - 10 \cdot 3 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{лев.}} = Q_2 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{прав.}} = V_A - q \cdot 3 - F = 22,5 - 10 \cdot 3 - 20 = -27,5 \text{ кН};$$

$$Q_4^{\text{лев.}} = Q_3^{\text{прав.}} = -27,5 \text{ кН}.$$

Определим положение сечения, в котором поперечная сила равна нулю:

$$Q_{z_0} = V_A - q \cdot z_0 = 0; \quad z_0 = \frac{V_A}{q} = \frac{22,5}{10} = 2,25 \text{ м}.$$

3. Определяем изгибающие моменты в характерных точках балки и строим эпюру изгибающих моментов.

$$M_1 = 0;$$

$$M_2^{\text{лев.}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \text{ кНм};$$

$$M_2^{\text{идея}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 + \dot{I} = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 20 = 42,5 \text{ кНм}$$

$$M_3 = V_A \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 3,5 + M = 22,5 \cdot 5 - 10 \cdot 3 \cdot 3,5 + 20 = 27,5 \text{ кН};$$

$$M_4 = V_A \cdot 6 - q \cdot 3 \cdot 4,5 + \dot{I} - F \cdot 1 = 22,5 \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 4,5 + 20 - 20 \cdot 1 = 0$$

Определяем значение изгибающего момента сечения  $Z_0$  (вершина параболы):

$$M_{z_0} = \frac{V_A \cdot z_0 - q \cdot z_0^2}{2} = \frac{22,5 \cdot 2,25 - 10 \cdot 2,25^2}{2} = 28,1 \text{ кНм}$$

4. По эпюре изгибающихся моментов определяем положение опасного сечения балки, сечения в котором изгибающийся момент имеет наибольшее значение по абсолютной величине.

В нашем случае:

$$M_{\text{max}} = M_2 = 42,5 \text{ кНм}$$

Данные для выполнения практической работы

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Номер схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , кН	3	5	6	7	5	9	12	11	14	9	10	15	5	3	6	8	9	14	15	18	20	22	10	23	25	7	5	8	12	11
$m$ , кНм	10	20	15	15	20	18	14	17	24	30	25	26	40	21	10	15	20	25	30	35	40	30	25	26	40	21	10	25	30	35
$q$ , кН/м	12	13	15	23	21	26	28	10	15	28	24	16	18	25	10	15	28	24	16	12	13	15	23	21	26	32	31	25	22	30

Схема 1

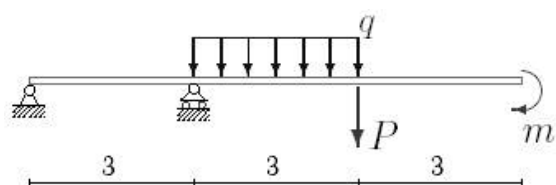


Схема 2

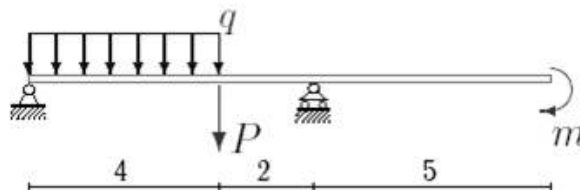


Схема 3

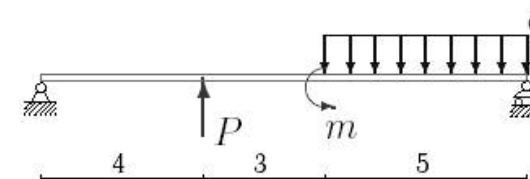


Схема 4

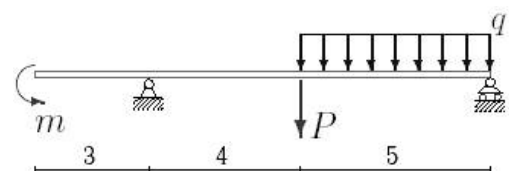


Схема 5

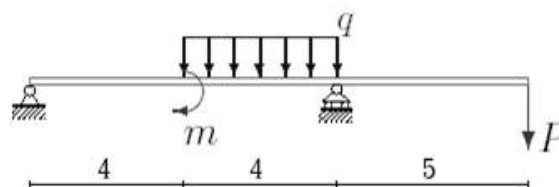


Схема 6

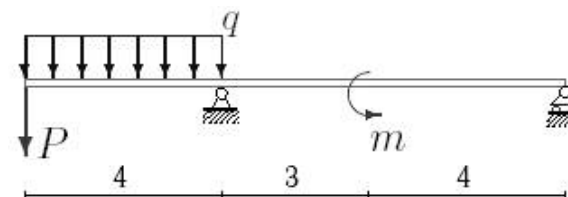


Схема 7

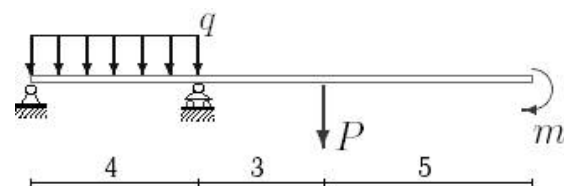


Схема 8

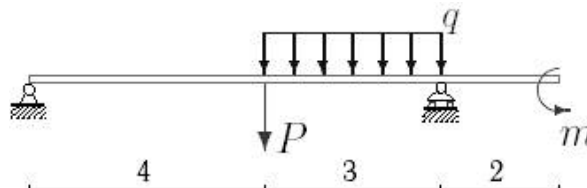
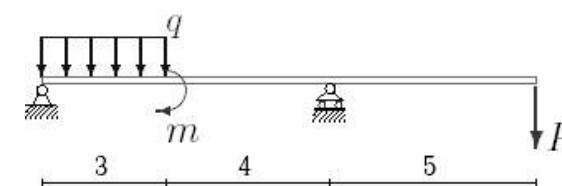
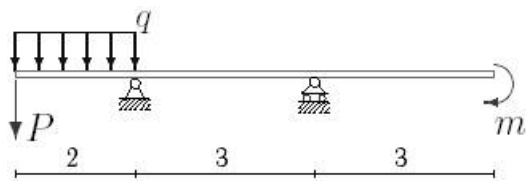


Схема 9



## Схема 10



### Контрольные вопросы:

1. Какая деформация называется изгибом?
2. Какие силовые факторы возникают в сечении балки при чистом изгибе?
3. Какие силовые факторы возникают в сечении при поперечном изгибе?
4. Как определить поперечную силу в поперечном сечении балки, и каково правило знаков при этом?
5. Как определить изгибающий момент в поперечном сечении балки, и каково правило знаков при этом?
6. Как изменяется поперечная сила и изгибающийся момент на тех участках балки, где приложена распределительная нагрузка?
7. Как изменяется поперечная сила в сечении, соответствующем точке приложения сосредоточенной силы?
8. Как изменяется изгибающий момент в сечении, соответствующем точке приложения сосредоточенного момента?
9. Какое значение имеет изгибающий момент в сечении, где поперечная сила меняет знак?

## Практическая работа

**Тема:** Расчёт балок на прочность

**Цель работы:** Закрепить теоретические знания и умения выполнять расчёты на прочность при изгибе.

**Образовательные результаты, соответствующие ФГОС:**

**ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

**ОК 3.** Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность

**Студент должен уметь** выполнять расчеты на прочность.

**Форма работы** - индивидуальная.

**Характер работы** - частично-поисковый.

**Краткие теоретические и справочно-информационные материалы по теме:**

Расчёты на прочность при изгибе выполняют по условию прочности:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma_u]$$

где  $\sigma_{max}$  – максимальное нормальное напряжение в опасных точках поперечного сечения балки (МПа),

$M_{max}$  – максимальный изгибающий момент (Н·м),

$W_x$  – момент сопротивления поперечного сечения балки при изгибе (м<sup>3</sup>),

$[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение при изгибе (МПа).

Осевой момент сопротивления  $W_x$  является геометрической характеристикой при изгибе и для разных форм поперечного сечения балки определяется по формулам.

- для прямоугольного сечения высотой  $h$  и шириной  $b$

$$W_x = bh^2/6,$$

- для круглого сечения диаметром  $d$

$$W_x = \pi d^3/32 = 0,1d^3,$$

- для квадратного сечения размером  $b$

$$W_x = b^3/6,$$

- для стандартных прокатных профилей (швеллер, двутавр, уголок) значения  $W_x$ ,  $W_y$  приведены в таблицах сортамента прокатных профилей.

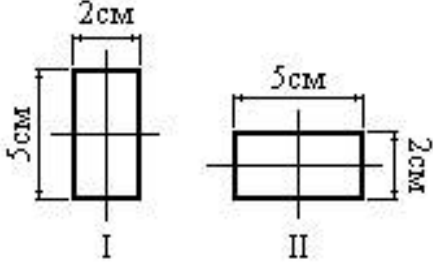
С помощью условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе можно решать следующие задачи:

1. Проверка прочности (проверочный расчет) производится в том случае, когда известны размеры сечения балки, наибольший изгибающий момент и допускаемое напряжение. При проверочном расчете находят значение  $\sigma_{max}$ , сравнивают с допускаемым напряжением  $[\sigma]$  и делают вывод о прочности балки.

2. Подбор сечения (проектный расчет) производится в том случае, когда заданы действующие на балку нагрузки, т. е. можно определить наибольший изгибающий момент  $|M|_{max}$  и допускаемое напряжение. При проектном расчёте из условия прочности определяют момент сопротивления сечения  $W_x$  и для заданной формы сечения определяют его расчёты.

**Литература:** Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: учебное пособие. - 2-е изд. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.

## Проверка знаний и умений (необходимых для выполнения практической работы)

№ п/п	Задание	Вариант ответа
1.	<p>Как изменится прочность балки, если поперечное сечение будет переведено из положения “I” в положение “II”?</p> 	<p>А. Уменьшится в 2 раза            В. Не изменится            С. Уменьшится в 5 раз            Д. Уменьшится в 2,5 раза</p>
2.	<p>Проверить прочность конструкции при изгибе, если <math>M_{из} = 20 \text{ кН} \cdot \text{мм}</math>, <math>W = 100 \text{ мм}^3</math>, <math>[\sigma] = 200 \text{ МПа}</math></p>	<p>А. <math>\sigma \leq [\sigma]</math>            В. <math>\sigma \geq [\sigma]</math>            С. <math>\sigma = [\sigma]</math>            Д. <math>\sigma &lt; [\sigma]</math></p>
3.	<p>Задача проектировочного расчёта на прочность</p>	<p>А. Определение размеров поперечного сечения            В. Определение соответствия условию прочности            С. Подбор материала            Д. Определение нагрузочной способности</p>

### Задание.

Для заданной балки построить эпюры внутренних усилий, указать положение опасного сечения. Из условия прочности подобрать размеры квадратного поперечного сечения и для стальной двутавровой балки подобрать номер прокатного профиля, если  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

### Порядок выполнения работы:

1. Определить реакции в опорах балки, сделать проверку.
2. Применяя метод сечений, построить эпюру поперечных сил.
3. Построить эпюру изгибающих моментов.
4. Выявить опасные сечения.
5. Из условия прочности по допускаемым нормальным напряжениям подобрать размеры квадратного сечения балки и подобрать номер двутавра.

**Пример расчета:** Для данной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающихся моментов. Подобрать размеры поперечного сечения для двух вариантов: сечение двутавр, сечение квадрат.

### Решение:

1. Определяем опорные реакции балки.

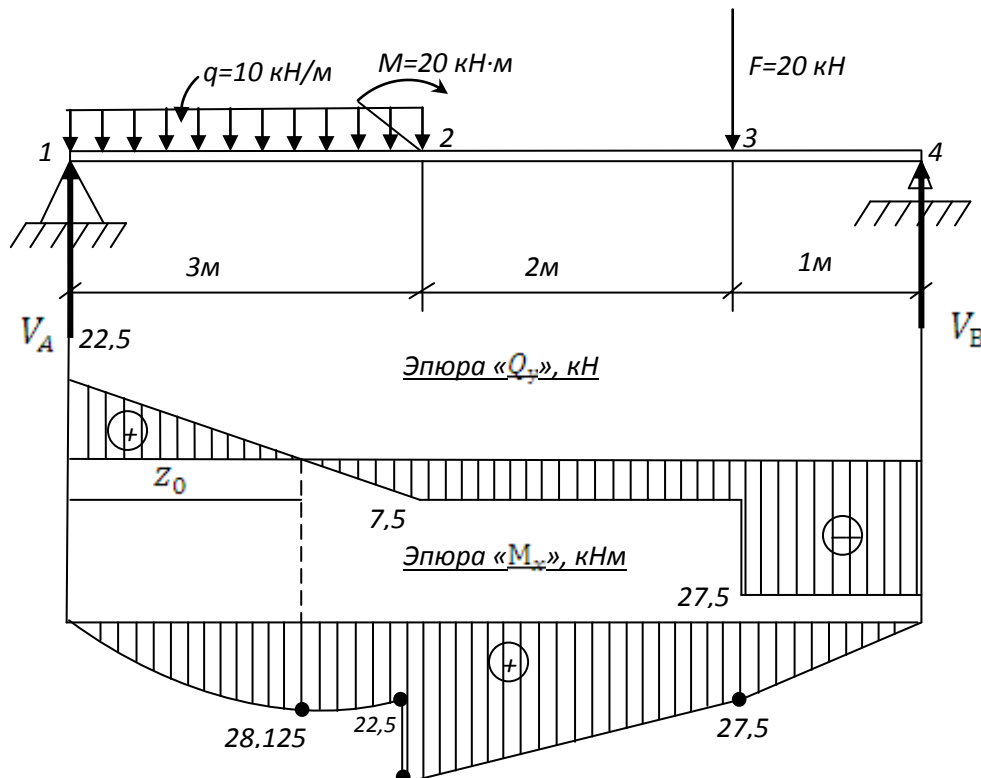
$$\sum M_A(F_i) = 0; 3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5 - V_B \cdot 6 = 0;$$

$$\sum M_B(F_i) = 0; V_A \cdot 6 + 3q \cdot 4,5 + M - F \cdot 1 = 0;$$

$$V_B = \frac{3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 1,5 + 20 + 20 \cdot 5}{6} = 27,5 \text{ кН}$$

$$V_A = \frac{3q \cdot 4,5 - M + F \cdot 1}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 4,5 - 20 + 20 \cdot 1}{6} = 22,5 \text{ кН}$$

Проверка:  $\sum Y_A = 0; V_A - F + V_B = 22,5 - 3 \cdot 10 - 20 + 27,5 = 50 - 50 = 0$   
 Опорные реакции найдены верно.



2. Определяем поперечные силы в характерных точках балки и строим эпюру поперечных сил.

$$Q_1^{\text{прав.}} = V_A = 22,5 \text{ кН};$$

$$Q_2 = V_A - q \cdot 3 = 22,5 - 10 \cdot 3 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{лев.}} = Q_2 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{прав.}} = V_A - q \cdot 3 - F = 22,5 - 10 \cdot 3 - 20 = -27,5 \text{ кН};$$

$$Q_4^{\text{лев.}} = Q_3^{\text{прав.}} = -27,5 \text{ кН}.$$

Определим положение сечения, в котором поперечная сила равна нулю:

$$Q_{z_0} = V_A - q \cdot z_0 = 0; \quad z_0 = \frac{V_A}{q} = \frac{22,5}{10} = 2,25 \text{ м}.$$

3. Определяем изгибающие моменты в характерных точках балки и строим эпюру изгибающих моментов.

$$M_1 = 0;$$

$$M_2^{\text{лев.}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \text{ кНм};$$

$$M_2^{\text{прав.}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 + M = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 20 = 42,5 \text{ кНм};$$

$$M_3 = V_A \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 3,5 + M = 22,5 \cdot 5 - 10 \cdot 3 \cdot 3,5 + 20 = 27,5 \text{ кНм};$$

$$M_4 = V_A \cdot 6 - q \cdot 3 \cdot 4,5 + M - F \cdot 1 = 22,5 \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 4,5 + 20 - 20 \cdot 1 = 0$$

Определяем значение изгибающего момента сечения  $Z_0$  (вершина параболы):

$$M_{z_0} = \frac{V_A \cdot z_0 - q \cdot z_0^2}{2} = \frac{22,5 \cdot 2,25 - 10 \cdot 2,25^2}{2} = 28,1 \text{ кНм}$$

5. По эпюре изгибающихся моментов определяем положение опасного сечения балки, сечения в котором изгибающийся момент имеет наибольшее значение по абсолютной величине.

В нашем случае:

$$M_{max} = M_2 = 42,5 \text{ кНм}$$

6. Из условия прочности балки на изгиб

$$\delta = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\delta_{н}] \text{ — вычисляем необходимый момент сопротивления сечения}$$

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\delta_{н}]} = \frac{42,5 \cdot 10^6 \text{ Н/мм}}{160 \text{ Н/мм}^2} = 0,265 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 = 265 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239 – 89 принимаем сечение из стального двутавра № 24 с  $W_x = 289 \text{ см}^3$ .

$$\delta_{max} = \frac{M_{max}}{W_x \text{ ГОСТ}} = \frac{42,5 \cdot 10^6 \text{ Н/мм}}{289 \cdot 10^3 \text{ М} \cdot \text{М}^3} = 147 \text{ МПа}$$

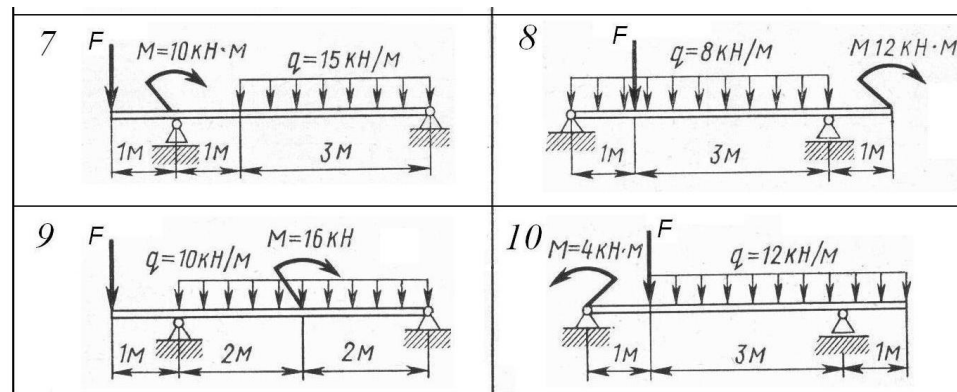
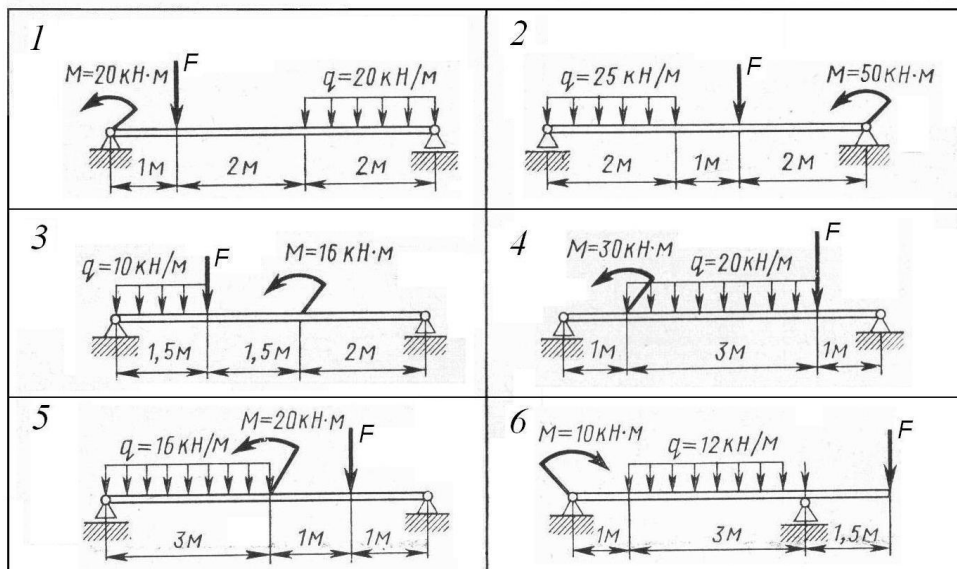
Для квадратного сечения момент сопротивления сечения  $W_x = b^3/6$ , откуда

$$b = \sqrt[3]{\frac{W_x}{6}} = \sqrt[3]{\frac{265}{6}} = 3,53 \text{ см.}$$



Данные для выполнения практической работы

Параметр	Вариант																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	1	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1
F, кН	20	15	5	25	18	20	12	16	25	25	12	10	30	10	5	20	15	25	12	22	24	20	25	20	5	10	15	18	20	25



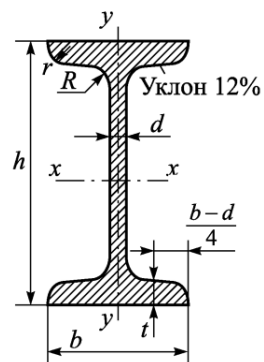
**Контрольные вопросы:**

1. По какому напряжению и почему ведут расчёты на прочность при изгибе?
2. По какой формуле рассчитывается максимальное нормальное напряжение при изгибе?
3. Что характеризует величина момент сопротивления сечения при изгибе?
4. Сформулируйте условие прочности при изгибе.
5. Назовите виды расчётов на прочность при изгибе.
6. Поясните значение каждого вида расчёта на прочность.

## Коды ответов к тестовым заданиям

Номер вопроса	Практическая работа					
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
1	Д	А	В	В	С	Д
2	А	С	А	А	В	С
3	А	А	С	А	В	А

Двутавры стальные горячекатаные

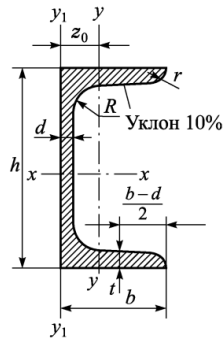


Обозначения:

h – высота двутавра; b – ширина двутавра; d – толщина стенки;  
 t – средняя толщина полки; A – площадь двутавра; J – момент инерции;  
 W – момент сопротивления; i – радиус инерции; S – статический момент полусечения;

№ профиля	Размеры, мм				A, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
	h	b	d	t		x-x				y-y		
						J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198,0	39,7	4,1	23,0	17,9	6,5	1,2
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350,0	58,4	4,9	33,7	27,9	8,7	1,4
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572,0	81,7	5,7	46,8	41,9	11,5	1,6
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873,0	109,0	6,6	62,3	58,6	14,5	1,7
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290,0	143,0	7,4	81,4	82,6	18,4	1,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840,0	184,0	8,3	104,0	115,0	23,1	2,1
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550,0	232,0	9,1	131,0	157,0	28,6	2,3
24	240	115	5,6	9,5	34,6	3460,0	289,0	10,0	163,0	198,0	34,5	2,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010,0	371,0	11,2	210,0	260,0	41,5	2,5
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080,0	472,0	12,3	268,0	337,0	49,9	2,7
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840,0	597,0	13,5	339,0	419,0	59,9	2,8
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380,0	743,0	14,7	423,0	516,0	71,1	2,9
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062,0	953,0	16,2	545,0	667,0	86,1	3,0
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696,0	1231,0	18,1	708,0	808,0	101,0	3,1
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727,0	1589,0	19,9	919,0	1043,0	123,0	3,2
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962,0	2035,0	21,8	1181,0	1356,0	151,0	3,4
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806,0	2560,0	23,6	1491,0	1725,0	182,0	3,5

## Швеллеры стальные горячекатаные



Обозначения:

$h$  – высота швеллера;  $b$  – ширина швеллера;

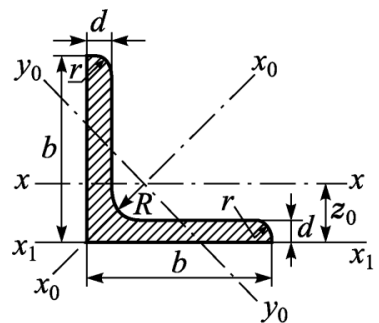
$d$  – толщина стенки;  $t$  – средняя толщина полки;  $A$  – площадь швеллера;  $J$  – момент инерции;

$W$  – момент сопротивления;  $i$  – радиус инерции;  $S$  – статический момент полусечения;

$z_0$  – расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки

№ профиля	Размеры, мм				A, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей							x <sub>0</sub> , см
	h	b	d	t		x-x				y-y			
						J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см	
5	50	32	4,4	7	6,16	22,80	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,60	15,00	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,40	22,40	3,16	23,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,90	174,00	34,80	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,30	304,00	50,60	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,60	491,00	70,20	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5	8,4	18,10	747,00	93,40	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
18	180	70	5,1	8,7	20,70	1090,00	121,00	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
20	200	76	5,2	9	23,40	1520,00	152,00	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	26,70	2110,00	192,00	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10	30,60	2900,00	242,00	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6	10,5	35,20	4160,00	308,00	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11	40,50	5810,00	387,00	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7	11,7	46,50	7980,00	484,00	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,40	10820,00	601,00	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68

### Уголки стальные горячекатаные равнополочные



Обозначения:

$b$  – ширина полки;  $d$  – толщина полки;

$A$  – площадь уголка;  $J$  – момент инерции;

$W$  – момент сопротивления;  $i$  – радиус инерции;

$z_0$  – расстояние от центра тяжести до наружной грани стенки

Номер уголка	Размеры, мм		$A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей								$z_0, \text{см}$
	$b$	$d$		$x-x$			$x_0-x_0$		$y_0-y_0$			
				$J_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$J_{x0 \max}, \text{см}^4$	$i_{x0 \max}, \text{см}$	$J_{y0 \min}, \text{см}^4$	$W_{y0 \min}, \text{см}^3$	$i_{y0 \min}, \text{см}$	
2	20	3	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,60
		4	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,73
		4	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,76
2,8	28	3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,80
3	30	3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85
		4	2,27	1,85	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	0,89
3,2	32	3	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	0,89
		4	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	0,97
		4	2,67	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,01
		5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	1,05

4,0	40	3	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	1,17
4,5	45	3	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	1,30
5	50	3	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	1,38
		5	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	1,42
		6	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	1,46
5,6	56	4	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	1,52
		5	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	1,69
		5	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	1,74
		6	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	1,88
		5	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	1,90
		6	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	1,94
		7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	1,99
		8	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	2,02
7,5	75	5	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	2,02
		6	8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	2,06
		7	10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	2,10
		8	11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	2,15
		9	12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	2,18

8	80	5,5	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,56	2,17
		6	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	2,19
		7	10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	2,23
		8	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	2,27
9	90	6	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	2,43
		7	12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	2,47
		8	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	2,51
		9	15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	2,55
10	100	6,5	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	2,68
		7	13,75	130,56	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	2,71
		8	15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	2,75
		10	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	2,83
		12	22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	2,91
		14	26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	2,99
11	110	7	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	2,96
		8	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	3,00
12,5	125	8	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	3,36
		9	22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	3,40
		10	24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	3,45
		12	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	3,53
		14	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	3,61
		16	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	3,68
14	140	9	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	3,76
		10	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	3,82
		12	32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	3,90

16	160	10	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,33	52,52	3,19	4,30
		11	34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	4,35
		12	37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	4,39
		14	43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	4,47
		16	49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	4,55
		18	54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	4,63
		20	60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	4,70
18	180	11	38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	4,85
		12	42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	4,89
20	200	12	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	5,37
		13	50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	5,42
		14	54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	5,46
		16	61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	5,54
		20	76,54	2871,47	200,37	6,12	4860,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	5,70
		25	94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	5,89
22	220	14	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	5,91
		16	68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	6,02
25	250	16	78,40	4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	6,75
		18	87,72	5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	6,83
		20	96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	6,91
		22	106,12	6270,32	348,26	7,69	9961,3	9,69	2579,04	260,52	4,93	7,00
		25	119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	7,11
		28	133,12	7716,86	434,25	7,61	12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	7,23
		30	141,96	8176,82	462,11	7,59	12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	7,31
		35	163,71	9281,05	530,11	7,53	14682,73	9,47	3879,37	366,13	4,87	7,53



### **Использованные источники**

1. Олофинская, В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: учебное пособие/ В.П. Олофинская. - 2-е изд. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2015.
- 2.